12 Exponenten en logaritmen

Voorkennis Lineaire en exponentiële groei

Bladzijde 8

1 **a** $N = at + b$ met $a = \dfrac{\Delta N}{\Delta t} = \dfrac{844 - 753}{25 - 18} = 13$

$\left.\begin{array}{l} N = 13t + b \\ t = 18 \text{ en } N = 753 \end{array}\right\} 13 \cdot 18 + b = 753$

$234 + b = 753$

$b = 519$

Dus $N = 13t + 519$.

b $t = 48$ geeft $N = 13 \cdot 48 + 519 = 1143$, dus 1143 bezoekers.

c $13t + 519 = 1026$

$13t = 507$

$t = 39$

In week 39 zijn er 1026 bezoekers.

2 **a** $N = at + b$ geeft $a = \dfrac{\Delta N}{\Delta t} = \dfrac{292 - 328}{7 - 3} = -9$

$\left.\begin{array}{l} N = -9t + b \\ t = 3 \text{ en } N = 328 \end{array}\right\} -9 \cdot 3 + b = 328$

$-27 + b = 328$

$b = 355$

Dus $N = -9t + 355$.

b Los op $-9t + 355 = 225$

$-9t = -130$

$t \approx 14{,}4$

In het jaar 2024 zijn er volgens de formule voor het eerst minder dan 225 leden.

3 **a** $\dfrac{\Delta N}{\Delta t} = \dfrac{24{,}61 - 25{,}69}{7 - 3} = -0{,}27$ $\quad \dfrac{\Delta N}{\Delta t} = \dfrac{23{,}26 - 24{,}61}{12 - 7} = -0{,}27$ $\quad \dfrac{\Delta N}{\Delta t} = \dfrac{22{,}45 - 23{,}26}{15 - 12} = -0{,}27$

De uitkomsten zijn steeds gelijk, dus er is sprake van een lineair verband.

b $N = at + b$ met $a = -0{,}27$

$\left.\begin{array}{l} N = -0{,}27t + b \\ t = 3 \text{ en } N = 25{,}69 \end{array}\right\} -0{,}27 \cdot 3 + b = 25{,}69$

$-0{,}81 + b = 25{,}69$

$b = 26{,}5$

Dus $N = -0{,}27t + 26{,}5$.

Bladzijde 10

4 **a** $N = b \cdot g^t$ met $b = 10{,}63$ en $g = 1{,}016$ geeft $N = 10{,}63 \cdot 1{,}016^t$.

b Bij 1 januari 2020 hoort $t = 6$.

$N = 10{,}63 \cdot 1{,}016^6 \approx 11{,}69$

Het aantal inwoners op 1 januari 2020 is 11,69 miljoen.

c Los op $10{,}63 \cdot 1{,}016^t = 12$.

Voer in $y_1 = 10{,}63 \cdot 1{,}016^x$ en $y_2 = 12$.

Intersect geeft $x \approx 7{,}64$.

In 2014 + 7 = 2021 zal het aantal inwoners voor het eerst meer dan 12 miljoen zijn.

d Bij 1 januari 2010 hoort $t = -4$.

$N = 10{,}63 \cdot 1{,}016^{-4} \approx 9{,}98$

Het aantal inwoners op 1 januari 2010 was 9,98 miljoen.

e Bij 1 januari 2025 hoort $t = 11$ en bij 1 januari 2026 hoort $t = 12$.

$t = 11$ geeft $N = 10{,}63 \cdot 1{,}016^{11} = 12{,}657...$

$t = 12$ geeft $N = 10{,}63 \cdot 1{,}016^{12} = 12{,}860...$

$12{,}860... - 12{,}657... \approx 0{,}20$ miljoen, dus het aantal inwoners neemt toe met 0,20 miljoen.

© Noordhoff Uitgevers bv

5 **a** $V_z = b \cdot g^t$ met $b = 5600$ en $g = 1{,}4$ geeft $V_z = 5600 \cdot 1{,}4^t$.
$V_w = at + b$ met $a = 8000$ en $b = 62\,000$ geeft $V_w = 8000t + 62\,000$.
b Los op $5600 \cdot 1{,}4^t = 2 \cdot (8000t + 62\,000)$.
Voer in $y_1 = 5600 \cdot 1{,}4^x$ en $y_2 = 2(8000x + 62\,000)$.
Intersect geeft $x \approx 11{,}98$.
Bij $t = 11$ hoort 1 januari 2017, dus in 2017.

Bladzijde 11

6 **a** $\frac{8900}{8200} \approx 1{,}085$ $\frac{9700}{8900} \approx 1{,}090$ $\frac{10\,600}{9700} \approx 1{,}093$ $\frac{11\,600}{10\,600} \approx 1{,}094$
De quotiënten verschillen weinig, dus O neemt bij benadering exponentieel toe.
b $O = b \cdot g^t$ met $b = 8200$ en $g = 1{,}09$ geeft $O = 8200 \cdot 1{,}09^t$.
c Bij 2018 hoort $t = 8$.
$t = 8$ geeft $O = 8200 \cdot 1{,}09^8 \approx 16\,339$ miljoen euro.
De omzet per Nederlander is in 2018 dus $\frac{16\,339 \text{ miljoen}}{17{,}1 \text{ miljoen}} \approx 955$ euro.

12.1 Exponentiële groei

Bladzijde 12

1 De groeifactor is 1,05.

Bladzijde 13

2 **a** De groeifactor per dag is 0,9977.
b De groeifactor per jaar is 1,046.
c $N = b \cdot g^t$ met $b = 34{,}0$ en $g = 1{,}014$ geeft $N = 34{,}0 \cdot 1{,}014^t$.

3

groeipercentage	13%	3,3%	120%	0,7%	12%	6%	150%	23,7%
groeifactor	1,13	1,033	2,20	1,007	1,12	1,06	2,5	1,237

4

afname in procenten	13%	41,8%	6,2%	0,3%	2%	0,1%	75,4%
groeifactor	0,87	0,582	0,938	0,997	0,98	0,999	0,246

5 **a** $B = b \cdot g^t$ met $b = 5000$ en $g = 1{,}013$ geeft $B = 5000 \cdot 1{,}013^t$.
b Bij 1 januari 2020 hoort $t = 5$.
$t = 5$ geeft $B = 5333{,}56...$
Bij 1 januari 2021 hoort $t = 6$.
$t = 6$ geeft $B = 5402{,}89...$
Het bedrag neemt in 2020 toe met $5402{,}89... - 5333{,}56... \approx$ € 69,34.
c Voer in $y_1 = 5000 \cdot 1{,}013^x$ en $y_2 = 6000$.
Intersect geeft $x \approx 14{,}1$.
Dus op 1 januari van 2015 + 15 = 2030 staat er voor het eerst meer dan € 6000 op de spaarrekening van Joke.

6 **a** $\frac{75{,}5}{80{,}0} \approx 0{,}944$ $\frac{71{,}3}{75{,}5} \approx 0{,}944$ $\frac{67{,}3}{71{,}3} \approx 0{,}944$ $\frac{63{,}5}{67{,}3} \approx 0{,}944$ $\frac{60{,}0}{63{,}5} \approx 0{,}945$
De quotiënten verschillen weinig, dus P neemt bij benadering exponentieel af.
b $P = b \cdot g^t$ met $b = 80{,}0$ en $g = 0{,}944$ geeft $P = 80{,}0 \cdot 0{,}944^t$.
c $t = 7$ geeft $P = 80{,}0 \cdot 0{,}944^4 \approx 53{,}44$, dus in 2030 woont 46,56% in de steden.
In 2030 wonen er in Afrika naar verwachting $1 \cdot 1{,}03^{20} \approx 1{,}806$ miljard mensen.
Hiervan wonen naar verwachting $0{,}4656 \cdot 1{,}806 \approx 0{,}841$ miljard ofwel 841 miljoen in de steden.

Bladzijde 14

7 **a** $H_k = -18t + 80$
$H_d = b \cdot g^t$ met $b = 80$ en $g = 0{,}85$ geeft $H_d = 80 \cdot 0{,}85^t$.

© Noordhoff Uitgevers bv

b Los op $-18t + 80 = 0$
$-18t = -80$
$t = 4\frac{4}{9}$
$t = 4\frac{4}{9}$ geeft $H_d = 80 \cdot 0{,}85^{4\frac{4}{9}} \approx 39$
Dus nog ongeveer 39 mg vitamine C.

c 40% van 80 is 32 gram
Los op $80 \cdot 0{,}85^x = 32$.
Voer in $y_1 = 80 \cdot 0{,}85^x$ en $y_2 = 32$.
Intersect geeft $x = 5{,}638...$
Dus na 5 dagen en $0{,}638... \cdot 24 \approx 15$ uur.

d Los op $3 \cdot H_k = H_d$, dus $3(-18t + 80) = 80 \cdot 0{,}85^t$.
Voer in $y_2 = 3(-18x + 80)$.
Intersect geeft $x = 3{,}622...$
Dus na 3 dagen en $0{,}622... \cdot 24 \approx 15$ uur.

8 **a**

tijd in jaren	0	1	2	3	4	5
hoeveelheid *N*	2	18	162	1458	13 122	118 098

b $\frac{162}{2} = \frac{1458}{18} = \frac{13\,122}{162} = \frac{118\,098}{1458} = 81$, dus met 81.

c Vermenigvuldigen met 4,5 per halfjaar geeft een vermenigvuldiging met $4{,}5 \cdot 4{,}5 = 20{,}25$ per jaar.
Per halfjaar wordt N dus met minder dan 4,5 vermenigvuldigd.

Bladzijde 15

9 **a** $g_{uur} = 0{,}805$
$g_{kwartier} = 0{,}805^{\frac{1}{4}} \approx 0{,}947$
De afname per kwartier is 5,3%.

b $g_{jaar} = 1{,}086$
$g_{25\ jaar} = 1{,}086^{25} \approx 7{,}866$
De toename per 25 jaar is 687%.

c $g_{week} = 2{,}8$
$g_{dag} = 2{,}8^{\frac{1}{7}} \approx 1{,}158$
De toename per dag is 15,8%.

Bladzijde 16

10 **a** $g_{\frac{1}{4}\ uur} = 1{,}12$
$g_{uur} = 1{,}12^4 \approx 1{,}574$
De toename per uur is 57,4%.

b $g_{15\ minuten} = 1{,}12$
$g_{5\ minuten} = 1{,}12^{\frac{1}{3}} \approx 1{,}038$
De toename per vijf minuten is 3,8%.

c $g_{uur} = 1{,}12^4$
$g_{5\ uur} = (1{,}12^4)^5 = 1{,}12^{20} \approx 9{,}65$
De toename per 5 uur is 865%.

11 **a** $g_{dag} = 0{,}84$
$g_{week} = 0{,}84^7 \approx 0{,}295$

b $g_{dag} = 0{,}84$
$g_{uur} = 0{,}84^{\frac{1}{24}} \approx 0{,}993$
De afname per uur is 0,7%.

c $g_{dag} = 0{,}84$
$g_{kwartier} = 0{,}84^{\frac{1}{96}} \approx 0{,}9982$
De afname per kwartier is 0,18%.

12 **a** $g_{3\ jaar} = 2{,}5$
$g_{jaar} = 2{,}5^{\frac{1}{3}} \approx 1{,}357$
Het groeipercentage per jaar is 35,7%.

© Noordhoff Uitgevers bv

b $g_{10\text{ jaar}} = 5$

$g_{\text{jaar}} = 5^{\frac{1}{10}} \approx 1{,}175$

Het groeipercentage per jaar is 17,5%.

c $g_{8\text{ jaar}} = 0{,}85$

$g_{\text{jaar}} = 0{,}85^{\frac{1}{8}} \approx 0{,}980$

De afname per jaar is 2,0%.

13 **a** Bij een toename van 5% per dag hoort $g_{\text{dag}} = 1{,}05$, dus $g_{\text{week}} = 1{,}05^7 \approx 1{,}407$.

De toename per week is dus ongeveer 40,7%.

b Bij een afname van 20% per uur hoort $g_{\text{uur}} = 0{,}8$, dus $g_{\text{kwartier}} = 0{,}8^{\frac{1}{4}} \approx 0{,}946$.

De afname per kwartier is dus ongeveer 5,4%.

14 **a** 6 jaar is 72 maanden

$g_{6\text{ jaar}} = 320$ dus $g_{\text{maand}} = 320^{\frac{1}{72}} \approx 1{,}083$

Het groeipercentage per maand was 8,3%.

b 4 jaar is 48 maanden

De groeifactor per 48 maanden is 0,65.

$0{,}65^{\frac{1}{48}} \approx 0{,}991$

De afname per maand was 0,9%.

c 4000 geplaatste artikelen in januari 2011.

$\frac{4000}{0{,}65} \approx 6154$ geplaatste artikelen in januari 2007.

Dus $\frac{6154}{320} \approx 19$ geplaatste artikelen in januari 2001.

Bladzijde 17

15 **a** Los op $500 \cdot 1{,}0175^t = 1000$.

Voer in $y_1 = 500 \cdot 1{,}0175^x$ en $y_2 = 1000$.

Intersect geeft $x \approx 39{,}95$.

Dus na ongeveer 40 maanden is de hoeveelheid verdubbeld.

b Los op $1740 \cdot 1{,}0175^t = 3480$.

Voer in $y_1 = 1740 \cdot 1{,}0175^x$ en $y_2 = 3480$.

Intersect geeft $x \approx 39{,}95$.

Dus na ongeveer 40 maanden is de hoeveelheid verdubbeld.

c Een verdubbeling van de hoeveelheid duurt altijd ongeveer 40 maanden.

Bladzijde 18

16 **a** $g_{\text{jaar}} = 1{,}131$

Los op $1{,}131^t = 2$.

Voer in $y_1 = 1{,}131^x$ en $y_2 = 2$.

Intersect geeft $x = 5{,}63...$

De verdubbelingstijd is 5 jaar en $0{,}63... \cdot 12 \approx 8$ maanden.

b $g_{\text{week}} = 0{,}915$

Los op $0{,}915^t = \frac{1}{2}$.

Voer in $y_1 = 0{,}915^x$ en $y_2 = \frac{1}{2}$.

Intersect geeft $x = 7{,}80...$

De halveringstijd is 7 weken en $0{,}80... \cdot 7 \approx 6$ dagen.

17 **a** $g_{\text{dag}} = 0{,}917$

Los op $0{,}917^t = \frac{1}{2}$.

Voer in $y_1 = 0{,}917^x$ en $y_2 = \frac{1}{2}$.

Intersect geeft $x = 7{,}99...$

De halveringstijd is 8 dagen.

b Los op $0{,}917^t = 0{,}1$.

Voer in $y_1 = 0{,}917^x$ en $y_2 = 0{,}1$.

Intersect geeft $x = 26{,}57...$

Na ongeveer 26,6 dagen is er nog 10% van de beginhoeveelheid over.

© Noordhoff Uitgevers bv

18 **a** $g_{dag} = 2^{\frac{1}{10}} \approx 1{,}0717...$
Het groeipercentage per dag is 7,2%.
b $g_{25\text{ jaar}} = 2$
$g_{jaar} = 2^{\frac{1}{25}} = 1{,}0281...$
Het groeipercentage per jaar is 2,8%.
c $g_{28\text{ jaar}} = \frac{1}{2}$
$g_{jaar} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{18}} = 0{,}9755...$
De hoeveelheid radioactieve stof neemt per jaar met 2,4% af.

19 **a** $g_{4\frac{2}{3}\text{ jaar}} = 2$
$g_{jaar} = 2^{\frac{1}{4\frac{2}{3}}} \approx 1{,}160$
Dus de groeifactor per jaar is 1,160.
b $g_{180\text{ uur}} = 2$
$g_{dag} = 2^{\frac{24}{180}} \approx 1{,}097$
Dus het groeipercentage per dag is 9,7%.
c $g_{5\frac{1}{4}\text{ jaar}} = \frac{1}{2}$
$g_{jaar} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5\frac{1}{4}}} \approx 0{,}876$
Dus de groeifactor per jaar is 0,876.

20 $g_{12\text{ dagen}} = 2$
$g_{jaar} = 2^{\frac{365}{12}} = 1\,433\,273\,380$
Het aantal waterhyacinten wordt jaarlijks met 1433 miljoen vermenigvuldigd.

21 Stel in de laatste 2 jaar is g de vermenigvuldigingsfactor per jaar.
Er geldt dan $1{,}12^3 \cdot g^2 = 2$.
Dit geeft $g^2 = \dfrac{2}{1{,}12^3}$, dus $g = \sqrt{\dfrac{2}{1{,}12^3}} \approx 1{,}193$.
Het jaarlijkse toenamepercentage voor de laatste twee jaar is 19,3%.

12.2 Groeiformules

Bladzijde 20

22 **a** $g_{4\text{ uur}} = \dfrac{300\,000}{50\,000} = 6$
b $g_{uur} = 6^{\frac{1}{4}} \approx 1{,}565$

23 Stel $N = b \cdot g^t$.
$g_{5\text{ jaar}} = \dfrac{1822}{1118}$, dus $g_{jaar} = \left(\dfrac{1822}{1118}\right)^{\frac{1}{5}} = 1{,}1026...$

$$\left.\begin{array}{l} N = b \cdot 1{,}1026...^t \\ t = 3 \text{ en } N = 1118 \end{array}\right\} \begin{array}{l} b \cdot 1{,}1026...^3 = 1118 \\ b = \dfrac{1118}{1{,}1026...^3} \approx 834 \end{array}$$

Dus $N = 834 \cdot 1{,}103^t$.

Bladzijde 21

24 **a** Stel $N = b \cdot g^t$.
$g_{7\text{ uur}} = \dfrac{4100}{1600}$, dus $g_{uur} = \left(\dfrac{4100}{1600}\right)^{\frac{1}{7}} = 1{,}1438...$

$$\left.\begin{array}{l} N = b \cdot 1{,}1438...^t \\ t = 3 \text{ en } N = 1600 \end{array}\right\} \begin{array}{l} b \cdot 1{,}1438...^3 = 1600 \\ b = \dfrac{1600}{1{,}1438...^3} \approx 1069 \end{array}$$

Dus $N = 1070 \cdot 1{,}144^t$.

© Noordhoff Uitgevers bv

b Stel $N = b \cdot g^t$.

$g_{5\text{ uur}} = \dfrac{1\,250\,000}{150\,000}$, dus $g_{\text{uur}} = \left(\dfrac{1\,250\,000}{150\,000}\right)^{\frac{1}{5}} = 1{,}5281...$

$\left.\begin{array}{l} N = b \cdot 1{,}5281...^t \\ t = 3 \text{ en } N = 150\,000 \end{array}\right\}$ $b \cdot 1{,}5281...^3 = 150\,000$

$b = \dfrac{150\,000}{1{,}5281...^3} \approx 42\,034$

Dus $N = 42\,000 \cdot 1{,}528^t$.

c Stel $H = b \cdot g^t$.

$g_{3\text{ dagen}} = \dfrac{0{,}47}{0{,}60}$, dus $g_{\text{dag}} = \left(\dfrac{0{,}47}{0{,}60}\right)^{\frac{1}{3}} = 0{,}9218...$

$\left.\begin{array}{l} H = b \cdot 0{,}9218...^t \\ t = 5 \text{ en } H = 0{,}60 \end{array}\right\}$ $b \cdot 0{,}9218...^5 = 0{,}60$

$b = \dfrac{0{,}60}{0{,}9218...^5} \approx 0{,}90$

Dus $H = 0{,}90 \cdot 0{,}922^t$.

25 Stel $N = b \cdot g^t$.

$g_{6\text{ dagen}} = \dfrac{2510}{1040}$, dus $g_{\text{dag}} = \left(\dfrac{2510}{1040}\right)^{\frac{1}{6}} = 1{,}1581...$

$\left.\begin{array}{l} N = b \cdot 1{,}1581...^t \\ t = 4 \text{ en } N = 1040 \end{array}\right\}$ $b \cdot 1{,}1581...^4 = 1040$

$b = \dfrac{1040}{1{,}1581...^4} \approx 578$

Dus $N = 580 \cdot 1{,}158^t$.

26 $g_{3\text{ jaar}} = \dfrac{1091{,}93}{1005{,}11}$, dus $g_{\text{jaar}} = \left(\dfrac{1091{,}93}{1005{,}11}\right)^{\frac{1}{3}} = 1{,}028...$

Stel het bedrag op 1 januari 2009 is b.
Dan is $b \cdot 1{,}028...^4 = 1005{,}11$.
Dus $b = \dfrac{1005{,}11}{1{,}028...^4} \approx 900{,}0$.
Nathalie heeft 900 euro op de bank gezet.

27 Voor bewaren in de koelkast geldt $g_{2\text{ weken}} = 0{,}5$, dus $g_{3\text{ weken}} = 0{,}5^{\frac{3}{2}} = 0{,}3535...$

Voor bewaren bij 20 °C geldt $g_{5\text{ dagen}} = 0{,}56$, dus $g_{\text{dag}} = 0{,}56^{\frac{1}{5}} = 0{,}890...$
Los op $0{,}890...^t = 0{,}3535....$
Voer in $y_1 = 0{,}890...^x$ en $y_2 = 0{,}3535...$
Intersect geeft $x \approx 8{,}96$.
Het duurt dus ongeveer 9,0 dagen.

28 **a** $g_{126\text{ jaar}} = \dfrac{2\,500\,000}{10}$, dus $g_{\text{jaar}} = \left(\dfrac{2\,500\,000}{10}\right)^{\frac{1}{126}} \approx 1{,}104$

$N = b \cdot g^t$ met $b = 10$ en $g = 1{,}104$ geeft $N = 10 \cdot 1{,}104^t$.
$t = 60$ geeft $N = 10 \cdot 1{,}104^{60} \approx 3800$
Dus er waren ongeveer 3800 grijze eekhoorns in 1950.

b Los op $10 \cdot 1{,}104^t = 1\,000\,000$.
Voer in $y_1 = 10 \cdot 1{,}104^x$ en $y_2 = 1\,000\,000$.
Intersect geeft $x \approx 116{,}4$.
$1890 + 116{,}4 = 2006{,}4$
Dus in het jaar 2006 waren er voor het eerst meer dan 1 miljoen grijze eekhoorns in Engeland.

© Noordhoff Uitgevers bv

Bladzijde 22

29 In 2025 zijn er naar verwachting $313 \cdot 1{,}095^{10} \approx 776$ mannelijke 100-plussers.

Voor de vrouwen geldt $g_{15\text{ jaar}} = \frac{2112}{928}$, dus $g_{\text{jaar}} = \left(\frac{2112}{928}\right)^{\frac{1}{15}} = 1{,}0563...$

In 2025 zijn er dus naar verwachting $2112 \cdot 1{,}0563..^{10} \approx 3654$ vrouwelijke 100-plussers.

Dus naar verwachting is in 2025 van de 100-plussers $\frac{776}{3654 + 776} \times 100\% \approx 17{,}5\%$ man.

30 **a** $\frac{70{,}7}{100} = 0{,}707$ $\frac{50{,}0}{70{,}7} \approx 0{,}707$ $\frac{35{,}3}{50{,}0} = 0{,}706$ $\frac{25{,}0}{35{,}3} \approx 0{,}708$

De quotiënten verschillen weinig, dus er is sprake van een exponentieel verband.

b $I = b \cdot g^d$ met $b = 100$ en $g = 0{,}707$ geeft $I = 100 \cdot 0{,}707^d$.

31 **a** Stel $P_r = b \cdot g^d$.

$g_{5\text{ meter}} = 0{,}08$, dus $g_{\text{meter}} = 0{,}08^{\frac{1}{5}} \approx 0{,}603$.

$P_r = b \cdot g^d$ met $b = 100$ en $g = 0{,}603$ geeft $P_r = 100 \cdot 0{,}603^d$.
Stel $P_b = b \cdot g^d$.

$g_{5\text{ meter}} = 0{,}17$, dus $g_{\text{meter}} = 0{,}17^{\frac{1}{5}} \approx 0{,}702$
$P_b = b \cdot g^d$ met $b = 100$ en $g = 0{,}702$ geeft $P_b = 100 \cdot 0{,}702^d$.

b Los op $100 \cdot 0{,}603^d = 1$.
Voer in $y_1 = 10 \cdot 0{,}603^x$ en $y_2 = 1$.
Intersect geeft $x \approx 9{,}10$.
Dus tot 9,1 meter diepte dringt 1% rood licht door.
$d = 9{,}10$ geeft $P_b = 100 \cdot 0{,}702^{9{,}10} \approx 4{,}0$.
Dus tot deze diepte dringt 4% van het blauwe licht door.

Bladzijde 23

32 **a** $g_{32\text{ verdiepingen}} = \frac{19{,}40}{4{,}89}$, dus $g_{\text{verdieping}} = \left(\frac{19{,}40}{4{,}89}\right)^{\frac{1}{32}} = 1{,}0440...$

De totale bouwkosten bij 20 verdiepingen bedragen $4{,}89 \cdot 1{,}0440...^{20} \approx 11{,}57$ miljoen euro.

b $K = b \cdot g^n$ met $b = 4{,}89$ en $g = 1{,}044$ geeft $K = 4{,}89 \cdot 1{,}044^n$.
Los op $4{,}89 \cdot 1{,}044^n = 16{,}9$.
Voer in $y_1 = 4{,}89 \cdot 1{,}044^x$ en $y_2 = 16{,}9$.
Intersect geeft $x \approx 28{,}8$.
Hij kan dus 28 verdiepingen bouwen van dit bedrag.

33 **a**

aantal keer stuiteren	0	1	2	3
hoogte in meter na stuiteren	4	3,2	2,56	2,048

Afgelegde afstand is $4 + 2 \cdot 3{,}2 + 2 \cdot 2{,}56 + 2 \cdot 2{,}048 = 19{,}616$ m ≈ 1962 cm.

b Stel de beginhoogte is h.

Er geldt $h \cdot 0{,}8^3 = 4$, dus $h = \frac{4}{0{,}8^3} \approx 7{,}81$ m.

De beginhoogte is 781 cm.

34 **a** Voer in $y_1 = 80(1 - 0{,}8^x)$ en maak een tabel.

t	0	3	6	9	12	15	18	21
N	0	39	59	69	75	77	79	79

b Enkele quotiënten zijn $\frac{39}{0}$ = kan niet, $\frac{69}{59} \approx 1{,}169$ en $\frac{79}{79} = 1$.

De quotiënten zijn niet gelijk, dus er is geen sprake van exponentiële groei.

c Door bijvoorbeeld ver in de tabel te kijken vind je $N = 80$.

d Als t toeneemt dan neemt $0{,}8^t$ af, dus $1 - 0{,}8^t$ neemt toe, dus $80(1 - 0{,}8^t)$ neemt toe.

© Noordhoff Uitgevers bv

Bladzijde 25

35 **a** Als t toeneemt, dan neemt $32 \cdot 0{,}5^t$ af, dus $1 + 32 \cdot 0{,}5^t$ neemt af, dus $\frac{260}{1 + 32 \cdot 0{,}5^t}$ neemt toe.
De zonnebloem wordt dus voortdurend hoger.

b $t = 3$ geeft $h = \frac{260}{1 + 32 \cdot 0{,}5^3} = 52$.
Dus 52 cm hoog.

c De vijfde week is van $t = 4$ tot $t = 5$.
$t = 4$ geeft $h \approx 86{,}7$ en $t = 5$ geeft $h = 130$.
De hoogte neemt $130 - 86{,}7 \approx 43$ cm toe.

d Als t heel groot is, is $0{,}5^t \approx 0$. Dan is $32 \cdot 0{,}5^t \approx 0$ en $1 + 32 \cdot 0{,}5^t \approx 1$. Dus dan is $h \approx \frac{260}{1} = 260$.
De grenswaarde is 260 cm.

e Voer in $y_1 = \frac{260}{1 + 32 \cdot 0{,}5^x}$ en $y_2 = 250$.
Intersect geeft $x \approx 9{,}64$.
Dus vanaf $t = 9{,}7$.

36 **a** Als t toeneemt, dan neemt $0{,}7^t$ af, dus $1 - 0{,}7^t$ neemt toe, dus $1200(1 - 0{,}7^t)$ neemt toe.
De grafiek van N is dus stijgend.

b Als t heel groot is, dan is $0{,}7^t \approx 0$ en $1 - 0{,}7^t \approx 1$. Dus dan is $N \approx 1200 \cdot 1 = 1200$.
De lijn $N = 1200$ geeft de grenswaarde aan.
Er zitten 1200 leerlingen op de school.

c Bij 12:00 uur hoort $t = 3$ en bij 13:00 uur hoort $t = 4$.
$t = 3$ geeft $N \approx 788$ en $t = 4$ geeft $N \approx 912$.
De toename is $\frac{912 - 788}{788} \times 100\% \approx 15{,}7\%$.

d Los op $1200(1 - 0{,}7^t) = 950$.
Voer in $y_1 = 1200(1 - 0{,}7^x)$ en $y_2 = 950$.
Intersect geeft $x = 4{,}398...$
$9 + 4 = 13$ uur en $0{,}398... \cdot 60 \approx 24$ minuten. Dus om 13:24 uur.

37 **a** Als t heel groot is, is $0{,}85^t \approx 0$. Dan is $13 \cdot 0{,}85^t \approx 0$ en $20 + 13 \cdot 0{,}85^t \approx 20$.
Dus dan is $N \approx \frac{500}{20} = 25$.
Het verzadigingsniveau is 25.

b Als t heel groot is, is $0{,}98^t \approx 0$. Dan is $2 - 0{,}98^t \approx 2$ en dus $N \approx 320 \cdot 2 = 640$.
Het verzadigingsniveau is 640.

c Als t heel groot is, is $0{,}8^t \approx 0$. Dan is $50 \cdot 0{,}8^t \approx 0$ en dus $N \approx 160 - 0 = 160$.
Het verzadigingsniveau is 160.

d Als t heel groot is, is $t + 1$ heel groot. Dan is $\frac{20}{t + 1} \approx 0$ en dus $N \approx 40 - 0 = 40$.
Het verzadigingsniveau is 40.

38 **a** Als t toeneemt, dan neemt $1{,}5^t$ toe, dus $1 + 1{,}5^t$ neemt toe, dus $8000(1 + 1{,}5^t)$ neemt toe.
De grafiek van N is dus stijgend.

b Als t toeneemt, dan neemt $1{,}8^t$ toe, dus $8 + 2{,}1 \cdot 1{,}8^t$ neemt toe, dus $\frac{720}{8 + 2{,}1 \cdot 1{,}8^t}$ neemt af.
De grafiek van N is dus dalend.

c Als t toeneemt, dan neemt $0{,}9^t$ af, dus $320 + 17 \cdot 0{,}9^t$ neemt af, dus $\frac{600}{320 + 17 \cdot 0{,}9^t}$ neemt toe.
De grafiek van N is dus stijgend.

d Als t toeneemt, dan neemt $0{,}35^t$ af, dus $1 - 0{,}35^t$ neemt toe, dus $650(1 - 0{,}35^t)$ neemt toe.
De grafiek van N is dus stijgend.

e Als t toeneemt, dan neemt $3 + 2t$ toe, dus $\frac{720}{3 + 2t}$ neemt af.
De grafiek van N is dus dalend.

f Als t toeneemt, dan neemt $1{,}8^t$ toe, dus $25 + 7 \cdot 1{,}8^t$ neemt toe, dus $\frac{25 + 7 \cdot 1{,}8^t}{320}$ neemt toe.
De grafiek van N is dus stijgend.

Bladzijde 26

39 **a** De toename is $\frac{961 - 705}{705} \times 100\% \approx 36{,}3\%$.

b $g_{10\ \text{dagen}} = \frac{280}{63}$, dus $g_{\text{dag}} = \left(\frac{280}{63}\right)^{\frac{1}{10}} \approx 1{,}1609$

Het groeipercentage per dag is 16,09%.

c Bij 23 april 0:00 uur hoort $t = 22$, dat is 7 dagen na $t = 15$.
$N = 63 \cdot 1{,}161^7 \approx 179$, dus 179 fruitvliegjes.

d $t = 45$ invullen in de formule geeft $N \approx 956$.
De telling is 961, dus het verschil is $961 - 656 = 5$.
De afwijking is $\frac{5}{961} \times 100\% \approx 0{,}5\%$.

e Los op $\frac{1035}{1 + 210 \cdot 0{,}84^t} = 1000$.
Voer in $y_1 = \frac{1035}{1 + 210 \cdot 0{,}84^x}$ en $y_2 = 1000$.
Intersect geeft $x \approx 49{,}9$.
Bij $t \approx 49{,}9$ hoort 20 mei, dus op 20 mei waren er 1000 fruitvliegjes.

f Als t toeneemt, dan neemt $0{,}84^t$ af. Dus $1 + 210 \cdot 0{,}84^t$ neemt ook af, dus $\frac{1035}{1 + 210 \cdot 0{,}84^t}$ neemt toe. De grafiek van N is dus stijgend.

g Als t heel groot is, is $0{,}84^t \approx 0$. Dan is $210 \cdot 0{,}84^t \approx 0$ en $1 + 210 \cdot 0{,}84^t \approx 1$. Dus dan is $N \approx \frac{1035}{1} = 1035$. De lijn die het verzadigingsniveau aangeeft is $N = 1035$. Dit betekent dat het aantal fruitvliegjes zal toenemen tot maximaal 1035.

12.3 Logaritmen

Bladzijde 28

40 **a** $x = 3$ geeft $y = 2^3 = 8$
Bij $y = 16$ hoort $x = 4$, want $2^4 = 16$.

b Bij $y = 64$ hoort $x = 6$, want $2^6 = 64$.

Bladzijde 29

41 **a** ${}^2\log(32) = 5$, want $2^5 = 32$
b ${}^2\log(4) = 2$, want $2^2 = 4$
c ${}^2\log(1) = 0$, want $2^0 = 1$
d ${}^3\log(27) = 3$, want $3^3 = 27$
e ${}^3\log(\frac{1}{3}) = -1$, want $3^{-1} = \frac{1}{3}$
f ${}^5\log(25) = 2$, want $5^2 = 25$

42 **a** ${}^4\log(16) = 2$
b ${}^{10}\log(1000) = 3$
c ${}^3\log(\sqrt{3}) = \frac{1}{2}$
d ${}^5\log(\frac{1}{5}) = -1$
e ${}^6\log(1) = 0$
f ${}^{10}\log(\frac{1}{10}) = -1$
g ${}^2\log(2) = 1$
h ${}^2\log(\frac{1}{4}) = -2$
i ${}^4\log(0{,}25) = -1$

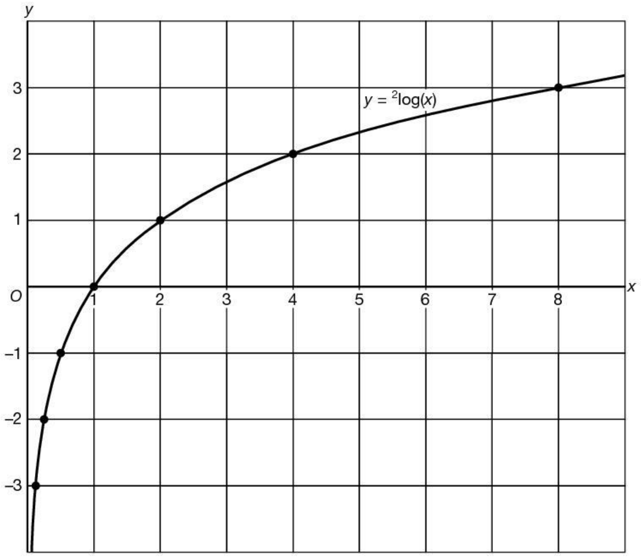
43 **a** Omdat $2^{-2} = \frac{1}{4}$ en dus niet $2^{-2} = -4$.
b Omdat $1^8 = 1$ en dus niet $1^8 = 8$.
c Er geldt $1^8 = 1$, maar bijvoorbeeld ook $1^7 = 1$, dus dan zou ${}^1\log(1)$ ook gelijk aan 7 moeten zijn. Dit kan natuurlijk niet.
d $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8}$ en dus niet $(-2)^{-3} = 8$.
Het klopt dus niet.

44 **a**

x	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
${}^2\log(x)$	−3	−2	−1	0	1	2	3

© Noordhoff Uitgevers bv

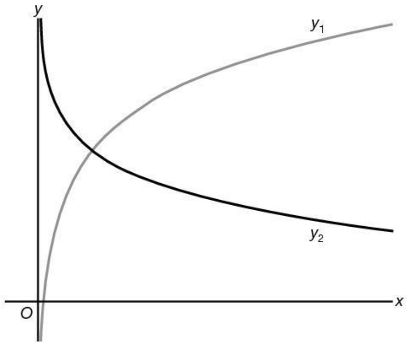
b



Bladzijde 31

45
- **a** $^{3}\log(5) \approx 1{,}46$
- **b** $^{\frac{1}{7}}\log(18) \approx -1{,}49$
- **c** $^{2}\log(20) - {}^{2}\log(6) \approx 1{,}74$
- **d** $^{\frac{1}{3}}\log(10) + \log\left(\frac{1}{3}\right) \approx -2{,}57$
- **e** $3 \cdot {}^{2}\log(7) \approx 8{,}42$
- **f** $\dfrac{5}{^{4}\log(12)} \approx 2{,}79$

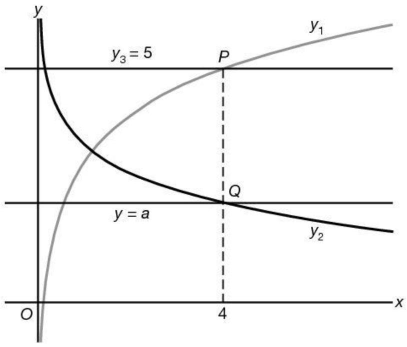
46 **a** Voer in $y_1 = 3 + {}^{2}\log(x)$ en $y_2 = 4 - {}^{3}\log(2x)$.



b Intersect geeft $x \approx 1{,}17$ en $y \approx 3{,}23$.
De coördinaten van het snijpunt zijn (1,17; 3,23).

c $x = 5$ geeft $y_1 = 5{,}32...$ en $x = 5$ geeft $y_2 = 1{,}90...$
De lengte van lijnstuk AB is $5{,}32... - 1{,}90... \approx 3{,}42$.

d Voer in $y_3 = 5$.



Intersect y_1 en y_3 geeft $x = 4$, dus $x_P = x_Q = 4$.
$x = 4$ geeft $y_2 \approx 2{,}11$, dus $a = 2{,}11$.

© Noordhoff Uitgevers bv

Bladzijde 32

47 **a** $t = 2\frac{1}{4}$ geeft $h = 70{,}2 + 5{,}1 \cdot 2\frac{1}{4} + 21{,}2 \cdot \log\left(2\frac{1}{4}\right) \approx 89{,}1$
De lengte is ongeveer 89 cm.
b $t = 4$ geeft $h = 103{,}36...$
$t = 5$ geeft $h = 110{,}51...$
De toename is $\frac{110{,}51... - 103{,}36...}{103{,}36...} \times 100\% \approx 6{,}9\%$.
c Bij 1 december 2016 hoort $t = \frac{9}{12}$ en bij 1 januari 2017 hoort $t = \frac{10}{12}$.
$t = \frac{9}{12}$ geeft $h = 71{,}37...$
$t = \frac{10}{12}$ geeft $h = 72{,}77...$
Hij is dus $72{,}77... - 71{,}37... \approx 1{,}4$ cm = 14 mm gegroeid.
d Voer in $y_1 = 70{,}2 + 5{,}1x + 21{,}2\log(x)$ en $y_2 = 100$.
Intersect geeft $x = 3{,}55...$
De leeftijd is 3 jaar en $0{,}55... \cdot 12 \approx 7$ maanden.

48 **a** $V = 80$ en $V_{\text{beste}} = 75$ geeft $S = 100 - 50 \cdot {}^2\log\left(\frac{80}{75}\right) \approx 95{,}3$.
b $V = V_{\text{beste}}$ geeft $S = 100 - 50 \cdot {}^2\log(1) = 100 - 50 \cdot 0 = 100$.
Als $V > V_{\text{beste}}$ dan is $\frac{V}{V_{\text{beste}}} > 1$, dus is ${}^2\log\left(\frac{V}{V_{\text{beste}}}\right) > 0$ en dus is $S = 100 - 50 \cdot {}^2\log\left(\frac{V}{V_{\text{beste}}}\right) < 100$.
c Bij A is $S = 100 - 50 \cdot {}^2\log\left(\frac{40}{28}\right) \approx 74{,}3$.
Bij B is $S = 100 - 50 \cdot {}^2\log\left(\frac{28}{28}\right) = 100$.
Bij C is $S = 100 - 50 \cdot {}^2\log\left(\frac{35}{28}\right) \approx 83{,}9$.
Bij D is $S = 100 - 50 \cdot {}^2\log\left(\frac{60}{28}\right) \approx 45{,}0$.

d

partij	prijs	hinder	oplevertijd	totaal
A	$0{,}35 \cdot 100 = 35$	$0{,}40 \cdot 74{,}3 \approx 29{,}7$	$0{,}25 \cdot 83{,}9 \approx 21{,}0$	85,7
B	$0{,}35 \cdot 95{,}3 \approx 33{,}4$	$0{,}40 \cdot 100 = 40$	$0{,}25 \cdot 70{,}8 \approx 17{,}7$	91,1
C	$0{,}35 \cdot 69{,}2 \approx 24{,}2$	$0{,}40 \cdot 83{,}9 \approx 33{,}6$	$0{,}25 \cdot 91{,}5 \approx 22{,}9$	80,7
D	$0{,}35 \cdot 57{,}6 \approx 20{,}2$	$0{,}40 \cdot 45{,}0 = 18$	$0{,}25 \cdot 100 = 25$	63,1

Partij B krijgt de opdracht toegewezen.

12.4 Werken met logaritmen

Bladzijde 34

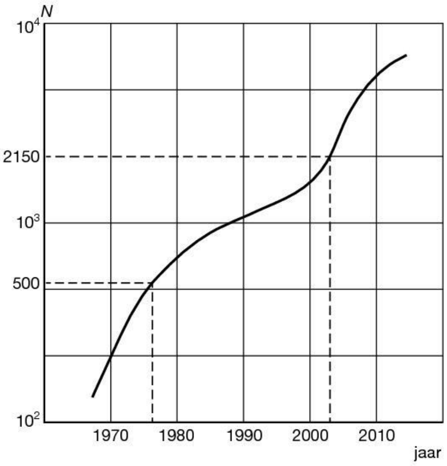
49 **a** De walvis is $\frac{100\,000}{10} = 10\,000$ keer zo zwaar als de wasbeer en $\frac{100\,000}{0{,}002} = 50\,000\,000$ keer zo zwaar als de kolibrie.
b Het verschil in gewicht tussen het zwaarste en het lichtste dier is 99 999 998 gram.
De getallenlijn moet dus 99 999 998 mm ≈ 100 km lang worden.
c De getallenlijn moet dan circa 100 mm = 10 cm lang worden.
Het verschil in gewicht tussen de lichtere dieren zal niet meer afleesbaar zijn.

Bladzijde 36

50 **a** Bij A hoort 1,3, bij B hoort 7,5, bij C hoort 23 en bij D hoort 55.
b Bij 9,5 en 2,4 is een lijn getekend.
c De getallen worden dan allemaal 10^3 keer zo groot.
Dus bij A hoort 1300, bij B hoort 7500, bij C hoort 23 000 en bij D hoort 55 000.

© Noordhoff Uitgevers bv

51 **a** In 1980 is $N = 10^{2+\frac{2,5}{3}} = 10^{2\frac{5}{6}} \approx 681$.
In 2000 is $N = 10^{3+\frac{0,6}{3}} = 10^{3,2} \approx 1585$.
De procentuele toename is $\dfrac{1585 - 681}{681} \times 100\% \approx 133\%$.
b $\log(500) = 2,69...$, dus $10^{2,69...} = 500$.
500 ligt dus $0,69... \cdot 3 = 2,09...$ cm boven de lijn $N = 10^2$.
Aflezen uit de figuur hiernaast geeft $N = 500$ in het jaar 1977.
c $\log(2150) = 3,33...$, dus $10^{3,33...} = 2150$.
2150 ligt dus $0,33... \cdot 3 \approx 1$ cm boven de lijn $N = 10^3$.
Aflezen uit de figuur hiernaast geeft $N = 2150$ in het jaar 2003.



Bladzijde 37

52 **a** De beurs stond toen op ongeveer $10^{2,6} \approx 398$ punten.
b Voor Black Monday stond de beurs op ongeveer $10^{3,4} \approx 2512$ punten.
c De beurs stond op het dieptepunt op ongeveer $10^{3,85} \approx 7079$ punten.
d Op het werkblad is de afstand tussen de waarden 100 en 1000 en de waarden 1000 en 10 000 gelijk aan 4 cm.
$\log(500) = 2,69...$, dus $10^{2,69...} = 500$.
500 ligt dus $0,69... \cdot 4 \approx 2,8$ cm boven de lijn $N = 10^2$.
Aflezen op het werkblad geeft $N = 500$ in het jaar 1956.
$\log(5000) = 3,69...$, dus $10^{3,69...} = 5000$.
5000 ligt dus $0,69... \cdot 4 \approx 2,8$ cm boven de lijn $N = 10^2$.
Aflezen op het werkblad geeft $N = 5000$ in het jaar 1996.
Het duurde ongeveer 40 jaar.

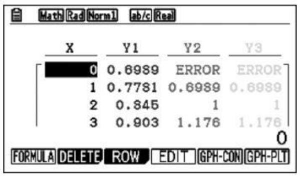
53 **a** Aflezen uit de figuur geeft dat P hoort bij $t = 10^{1+\frac{2,7}{3}} = 10^{1,9} \approx 79$, dus de brand duurde ongeveer $1 + 79 = 80$ dagen.
Aflezen uit de figuur geeft dat P hoort bij $A = 10^{5,3} \approx 199\,526$, dus er is ongeveer 200 000 ha bos verloren gegaan.
b Aflezen uit de figuur geeft dat bij $t = 10$ hoort $A = 10^{2,8} \approx 631$ ha.
$\log(50) = 1,69...$, dus $10^{1,69...} = 50$.
50 ligt dus $0,69... \cdot 3 \approx 2$ cm rechts van $t = 10$.
Aflezen uit de figuur geeft dat bij $t = 50$ hoort $A = 10^{4,7} \approx 50\,119$ ha.
Tussen $t = 10$ en $t = 50$ is $50\,119 - 631 \approx 49\,500$ ha bos verloren gegaan.
c Aflezen uit de figuur geeft dat bij $A = 100$ (= 10^2) hoort $t = 10^{\frac{2,2}{3}} \approx 5,4$ dagen.
Aflezen uit de figuur geeft dat bij $A = 100\,000$ (= 10^5) hoort $t = 10^{1+\frac{2,4}{3}} \approx 62,4$ dagen.
In $62,4 - 5,4 \approx 57$ dagen nam de verbrande oppervlakte toe van 100 ha tot 100 000 ha.
d $\left.\begin{array}{l}\log(A) = a \cdot \log(t) \\ A = 200\,000 \text{ en } t = 80\end{array}\right\} \log(200\,000) = a \cdot \log(80)$

$$a = \frac{\log(200\,000)}{\log(80)} \approx 2,8$$

Dus $a = 2,8$.

Bladzijde 38

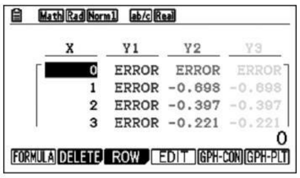
54 **a** Voer in $y_1 = \log(x + 5)$, $y_2 = \log(x) + \log(5)$ en $y_3 = \log(5x)$.



De formules van $y_2 = \log(x) + \log(5)$ en $y_3 = \log(5x)$ komen op hetzelfde neer.

© Noordhoff Uitgevers bv

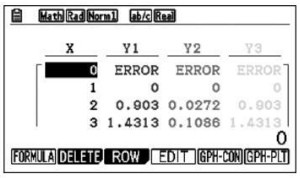
b Voer in $y_1 = \log(x - 5)$, $y_2 = \log(x) - \log(5)$ en $y_3 = \log\left(\frac{x}{5}\right)$.



X	Y1	Y2	Y3
0	ERROR	ERROR	ERROR
1	ERROR	-0.698	-0.698
2	ERROR	-0.397	-0.397
3	ERROR	-0.221	-0.221

De formules van $y_2 = \log(x) - \log(5)$ en $y_3 = \log\left(\frac{x}{5}\right)$ komen op hetzelfde neer.

c Voer in $y_1 = \log(x^3)$, $y_2 = (\log(x))^3$ en $y_3 = 3 \cdot \log(x)$.



X	Y1	Y2	Y3
0	ERROR	ERROR	ERROR
1	0	0	0
2	0.903	0.0272	0.903
3	1.4313	0.1086	1.4313

De formules van $y_1 = \log(x^3)$ en $y_3 = 3 \cdot \log(x)$ komen op hetzelfde neer.

55 **a** $N\left(\tfrac{1}{2}x\right) = 31{,}3 + 24{,}9 \cdot \log\left(\tfrac{1}{2}x\right)$
$= 31{,}3 + 24{,}9\left(\log\left(\tfrac{1}{2}\right) + \log(x)\right)$
$= 31{,}3 + 24{,}9 \log\left(\tfrac{1}{2}\right) + 24{,}9 \log(x)$
$= 31{,}3 + 24{,}9 \log(x) - 7{,}49...$
Dus $N\left(\tfrac{1}{2}x\right) \approx N(x) - 7{,}5$ en hiermee is aangetoond dat N met ongeveer 7,5 afneemt als x halveert.

b $N(3x) = 31{,}3 + 24{,}9 \cdot \log(3x)$
$= 31{,}3 + 24{,}9(\log(3) + \log(x))$
$= 31{,}3 + 24{,}9 \log(3) + 24{,}9 \log(x)$
$= 31{,}3 + 24{,}9 \log(x) + 11{,}880...$
Dus $N(3x) \approx N(x) + 11{,}88$ en hiermee is aangetoond dat N met ongeveer 11,88 toeneemt als x verdrievoudigt.

Bladzijde 39

56 **a** $N(2x) = 40 + 9{,}97 \cdot \log(2x)$
$= 40 + 9{,}97(\log(2) + \log(x))$
$= 40 + 9{,}97 \log(2) + 9{,}97 \log(x)$
$= 40 + 9{,}97 \log(x) + 3{,}00...$
Dus $N(2x) \approx N(x) + 3$.
Als x verdubbelt, neemt N met 3 toe.

b $N(2x) = 100 + 16{,}6 \cdot \log(2x)$
$= 100 + 16{,}6(\log(2) + \log(x))$
$= 100 + 16{,}6 \log(2) + 16{,}6 \log(x)$
$= 100 + 16{,}6 \log(x) + 4{,}99...$
Dus $N(2x) \approx N(x) + 5$.
Als x verdubbelt, neemt N met 5 toe.

c $N(2x) = -15{,}5 + 83{,}05 \cdot \log(2x)$
$= -15{,}5 + 83{,}05(\log(2) + \log(x))$
$= -15{,}5 + 83{,}05 \log(2) + 83{,}05 \log(x)$
$= -15{,}5 + 83{,}05 \log(x) + 25{,}00...$
Dus $N(2x) \approx N(x) + 25$.
Als x verdubbelt, neemt N met 25 toe.

d $N(2x) = 653 - 33{,}2 \cdot \log(2x)$
$= 653 - 33{,}2(\log(2) + \log(x))$
$= 653 - 33{,}2 \log(2) - 33{,}2 \log(x)$
$= 653 - 33{,}2 \log(x) - 9{,}99...$
Dus $N(2x) \approx N(x) - 10$.
Als x verdubbelt, neemt N met 10 af.

© Noordhoff Uitgevers bv

57 **a** $N(2x) = 50 + b \cdot \log(2x)$
$= 50 + b \cdot (\log(2) + \log(x))$
$= 50 + b \cdot \log(2) + b \cdot \log(x)$
Dus $N(2x) = N(x) + b \cdot \log(2)$
$b \cdot \log(2) = 15$ geeft $b = \dfrac{15}{\log(2)} \approx 49{,}83$.
Dus $b = 49{,}83$.
b $N\left(\frac{1}{2}x\right) = 50 + b \cdot \log\left(\frac{1}{2}x\right)$
$= 50 + b \cdot \left(\log\left(\frac{1}{2}\right) + \log(x)\right)$
$= 50 + b \cdot \log\left(\frac{1}{2}\right) + b \cdot \log(x)$
Dus $N\left(\frac{1}{2}x\right) = N(x) + b \cdot \log\left(\frac{1}{2}\right)$
$b \cdot \log\left(\frac{1}{2}\right) = 6$ geeft $b = \dfrac{6}{\log\left(\frac{1}{2}\right)} \approx -19{,}93$.
Dus $b = -19{,}93$.
c $N(3x) = 50 + b \cdot \log(3x)$
$= 50 + b \cdot (\log(3) + \log(x))$
$= 50 + b \cdot \log(3) + b \cdot \log(x)$
Dus $N(3x) = N(x) + b \cdot \log(3)$
$b \cdot \log(3) = 1$ geeft $b = \dfrac{1}{\log(3)} \approx 2{,}10$.
Dus $b = 2{,}10$.

58 **a** $N(2q) = 17{,}5 + 12{,}46 \cdot \log(2q)$
$= 17{,}5 + 12{,}46(\log(2) + \log(q))$
$= 17{,}5 + 12{,}46\log(2) + 12{,}46\log(q)$
$= 17{,}5 + 12{,}46\log(q) + 3{,}750...$
Dus $N(2q) \approx N(q) + 3{,}75$.
Als q verdubbelt, neemt N met 3,75 toe.
b $N(2p) = 38{,}4 + 9{,}4 \cdot \log((2p)^{1{,}24})$
$= 38{,}4 + 9{,}4 \cdot 1{,}24 \cdot \log(2p)$
$= 38{,}4 + 11{,}656(\log(2) + \log(p))$
$= 38{,}4 + 11{,}656\log(2) + 11{,}656\log(p)$
$= 38{,}4 + 11{,}656\log(p) + 3{,}50...$
Dus $N(2p) \approx N(p) + 3{,}5$.
Als p verdubbelt, neemt N met 3,5 toe.
c $N\left(\frac{1}{2}d\right) = 50 + b \cdot \log\left(\frac{1}{2}d\right)$
$= 50 + b \cdot \left(\log\left(\frac{1}{2}\right) + \log(d)\right)$
$= 50 + b \cdot \log\left(\frac{1}{2}\right) + b \cdot \log(d)$
Dus $N\left(\frac{1}{2}d\right) = N(d) + b \cdot \log\left(\frac{1}{2}\right)$
$b \cdot \log\left(\frac{1}{2}\right) = 4{,}5$ geeft $b = \dfrac{4{,}5}{\log\left(\frac{1}{2}\right)} \approx -14{,}95$.
Dus $b = -14{,}95$.

59 **a** Los op $59{,}27 \cdot \log(n) - 191{,}40 = 0$.
Voer in $y_1 = 59{,}27 \cdot \log(x) - 191{,}40$.
De optie zero of ROOT geeft $x \approx 1695$.
De formule geldt vanaf $n = 1700$.
b $n = 158\,000$ geeft $V = 116{,}72....$
$n = 158\,000 + 56\,000 = 214\,000$ geeft $V = 124{,}53...$
Het bedrijf betaalt $124{,}53... - 116{,}72... \approx$ €7,81 meer.
c Het vaste bedrag per jaar is $50 \cdot 12 = 600$ euro.
Het variabele bedrag is dat jaar $2200 - 600 = 1600$ euro en dat is per maand $\dfrac{1600}{12} = 133\frac{1}{3}$ euro.
Los op $59{,}27 \cdot \log(n) - 191{,}40 = 133\frac{1}{3}$.
Voer in $y_2 = 133\frac{1}{3}$.
Intersect geeft $x \approx 301\,219$, dus ongeveer 301 200 bezoekers.

d $V(2n) = 59{,}27 \cdot \log(2n) - 191{,}40$
$= 59{,}27(\log(2) + \log(n)) - 191{,}40$
$= 59{,}27 \log(2) + 59{,}27 \log(n) - 191{,}40$
$= 59{,}27 \log(n) - 191{,}40 + 17{,}842...$
Bij een verdubbeling van het aantal bezoekers neemt het variabele bedrag met € 17,84 toe.

Bladzijde 40

60 **a** Bij een storing van 3 uur krijg je geen vergoeding.
Bij een storing van 7,5 uur krijg je € 35,-.
Bij een storing van 10 uur en 15 minuten krijg je 35 + 20 = € 55,-.
b Los op $-20 + 100 \cdot \log(t) = 0$.
Voer in $y_1 = -20 + 100 \cdot \log(x)$.
De optie zero of ROOT geeft $x = 1{,}584...$
$1{,}584... \cdot 60 \approx 95$, dus tot een onderbreking van 95 minuten krijg je geen compensatie.
c Bij $t = 7{,}5$ is de vergoeding van Liander € 35,- en is $B = -20 + 100 \cdot \log(7{,}5) = 67{,}50...$
Het verschil is dan $67{,}50... - 35 \approx$ € 32,51.
Bij $t = 11{,}5$ is de vergoeding van Liander € 55,- en is $B = -20 + 100 \cdot \log(11{,}5) = 86{,}06...$
Het verschil is dan $86{,}06... - 55 \approx$ € 31,07.
Bij $t = 7{,}5$ is het verschil $32{,}51 - 31{,}07 =$ € 1,44 groter dan bij $t = 11{,}5$.
d In de grafiek kun je zien dat het ging om een vergoeding van $35 + 4 \cdot 20 =$ € 115,-.
Los op $-20 + 100 \cdot \log(t) = 115$.
Voer in $y_2 = 115$.
Intersect geeft $x = 22{,}38...$
De onderbreking duurde 22 uur en $0{,}38... \cdot 60 \approx 23$ minuten.
e $B(2t) = -20 + 100 \cdot \log(2t)$
$= -20 + 100(\log(2) + \log(t))$
$= -20 + 100 \log(2) + 100 \log(t)$
$= -20 + 100 \log(t) + 30{,}102...$
Dus $B(2t) \approx B(t) + 30{,}10$.
Als t verdubbelt, dan neemt B met € 30,10 toe.

12.5 Groeisnelheid

Bladzijde 42

61 **a** *
b Alle waarden zijn gelijk, namelijk ongeveer 0,6931.
c Aflezen uit de tabel geeft $y_3 \approx 1{,}0986$.

Bladzijde 43

62 **a** Met $3\,\mathrm{e}^{0{,}1t}$ kun je de groeisnelheid berekenen voor iedere waarde van t. De groeisnelheid die twee keer zo groot is als de groeisnelheid op $t = 8$ is $2 \cdot 3\,\mathrm{e}^{0{,}8}$. Door de vergelijking $3\,\mathrm{e}^{0{,}1t} = 2 \cdot 3\,\mathrm{e}^{0{,}8}$ op te lossen, bereken je voor welke waarde van t de groeisnelheid twee keer zo groot is als de groeisnelheid op $t = 8$.
b Intersect geeft $x \approx 14{,}9$.
c De groeisnelheid op $t = 5$ is $3\,\mathrm{e}^{0{,}1 \cdot 5} = 3\,\mathrm{e}^{0{,}5}$.
Los op $3\,\mathrm{e}^{0{,}1t} = 3 \cdot 3\,\mathrm{e}^{0{,}5}$.
Voer in $y_1 = 3\,\mathrm{e}^{0{,}1x}$ en $y_2 = 3 \cdot 3\,\mathrm{e}^{0{,}5}$.
Intersect geeft $x \approx 16{,}0$.
Dus voor $t = 16{,}0$ is de groeisnelheid drie keer zo groot als op $t = 5$.

63 **a** $y = 500\,\mathrm{e}^{3x}$ geeft $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 500\,\mathrm{e}^{3x} \cdot 3 = 1500\,\mathrm{e}^{3x}$
b $y = 600\,\mathrm{e}^{0{,}4x}$ geeft $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 600\,\mathrm{e}^{0{,}4x} \cdot 0{,}4 = 240\,\mathrm{e}^{0{,}4x}$
c $N = 250\,\mathrm{e}^{0{,}2t+1}$ geeft $\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = 250\,\mathrm{e}^{0{,}2t+1} \cdot 0{,}2 = 50\,\mathrm{e}^{0{,}2t+1}$
d $N = 1000\,\mathrm{e}^{-0{,}6t}$ geeft $\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = 1000\,\mathrm{e}^{-0{,}6t} \cdot -0{,}6 = -600\,\mathrm{e}^{-0{,}6t}$
e $N = 10(1 + \mathrm{e}^{0{,}12p})$ geeft $\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}p} = 10 \cdot \mathrm{e}^{0{,}12p} \cdot 0{,}12 = 1{,}2\,\mathrm{e}^{0{,}12p}$
f $F = 20\,\mathrm{e}^{0{,}01q^2}$ geeft $\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}q} = 20\,\mathrm{e}^{0{,}01q^2} \cdot 0{,}02q = 0{,}4q\,\mathrm{e}^{0{,}01q^2}$

© Noordhoff Uitgevers bv

Bladzijde 44

64 **a** $N = 50(1 + e^{0,18t})$ geeft $\frac{dN}{dt} = 50 \cdot e^{0,18t} \cdot 0,18 = 9e^{0,18t}$

De groeisnelheid op $t = 10$ is $\frac{dN}{dt} = 9e^{0,18 \cdot 10} = 9e^{1,8} \approx 54,4$.

b De groeisnelheid op $t = 5$ is $9e^{0,18 \cdot 5} = 9e^{0,9}$.
Los op $9e^{0,18t} = 2 \cdot 9e^{0,9}$.
Voer in $y_1 = 9e^{0,18x}$ en $y_2 = 2 \cdot 9e^{0,9}$.
Intersect geeft $x \approx 8,9$.
Dus op $t = 8,9$ is de groeisnelheid twee keer zo groot als op $t = 5$.

c De groeisnelheid op $t = 15$ is $9e^{0,18 \cdot 15} = 9e^{2,7}$.
Los op $9e^{0,18t} = \frac{1}{2} \cdot 9e^{2,7}$.
Voer in $y_1 = 9e^{0,18x}$ en $y_2 = \frac{1}{2} \cdot 9e^{2,7}$.
Intersect geeft $x \approx 11,1$.
Dus op $t = 11,1$ is de groeisnelheid de helft als op $t = 15$.

65 **a** Op $[5, 8]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{N(8) - N(5)}{8 - 5} = 142\,862,28...$ per uur, ofwel $\frac{142\,862,28...}{60} \approx 2381$ per minuut.

De gemiddelde groeisnelheid is ongeveer 2400 bacteriën per minuut.

b $N = 25\,000e^{0,4t}$ geeft $\frac{dN}{dt} = 25\,000e^{0,4t} \cdot 0,4 = 10\,000e^{0,4t}$

De groeisnelheid op $t = 5$ is $\frac{dN}{dt} = 10\,000e^{0,4 \cdot 5} \approx 73\,890$.

c De groeisnelheid op $t = 6$ is $\frac{dN}{dt} = 10\,000e^{0,4 \cdot 6} = 10\,000e^{2,4}$.
Los op $10\,000e^{0,4t} = 2 \cdot 10\,000e^{2,4}$.
Voer in $y_1 = 10\,000e^{0,4x}$ en $y_2 = 20\,000e^{2,4}$.
Intersect geeft $x \approx 7,73$.
Dus op $t = 7,73$ is de groeisnelheid twee keer zo groot als op $t = 6$.

66 Voer in $y_1 = 4^x$, $y_2 = \frac{d}{dx}(y_1)$ en $y_3 = \frac{y_2}{y_1}$.
Aflezen in de tabel geeft $y_3 \approx 1,3863$.
Dus $c = 1,3863$.

Bladzijde 46

67 **a** $\ln(e) = \ln(e^1) = 1$

b $\ln(e \cdot \sqrt{e}) = \ln(e^1 \cdot e^{\frac{1}{2}}) = \ln(e^{1\frac{1}{2}}) = 1\frac{1}{2}$

c $\ln\left(\frac{1}{e}\right) = \ln(e^{-1}) = -1$

d $\ln(1) = \ln(e^0) = 0$

e $3\ln(e \cdot \sqrt[3]{e}) = 3\ln(e^1 \cdot e^{\frac{1}{3}}) = 3\ln(e^{1\frac{1}{3}}) = 3 \cdot 1\frac{1}{3} = 4$

f $e^{\ln(7)} + e^{\ln(8)} = 7 + 8 = 15$

g $e^{2\ln(5)} = e^{\ln(5^2)} = e^{\ln(25)} = 25$

h $e^{\frac{1}{2}\ln(9)} = e^{\ln(\sqrt{9})} = e^{\ln(3)} = 3$

68 **a** $N(2q) = 11,13 + 6,49 \cdot \ln(2q)$
$= 11,13 + 6,49(\ln(2) + \ln(q))$
$= 11,13 + 6,49\ln(2) + 6,49\ln(q)$
$= 11,13 + 6,49\ln(q) + 4,49...$
Dus $N(2q) \approx N(q) + 4,5$.
Als q verdubbelt, neemt N met 4,5 toe.

b $N(2p) = 100 + 13,85 \cdot \ln((2p)^{1,25})$
$= 100 + 13,85 \cdot 1,25 \cdot \ln(2p)$
$= 100 + 17,3125(\ln(2) + \ln(p))$
$= 100 + 17,3125\ln(2) + 17,3125\ln(p)$
$= 100 + 17,3125\ln(p) + 12,00...$
Dus $N(2p) \approx N(p) + 12$.
Als p verdubbelt, neemt N met 12 toe.

© Noordhoff Uitgevers bv

c $N(3t) = 16 + b \cdot \ln(3t)$
$= 16 + b \cdot (\ln(3) + \ln(t))$
$= 16 + b \cdot \ln(3) + b \cdot \ln(t)$
Dus $N(3t) = N(t) + b \cdot \ln(3)$
$b \cdot \ln(3) = 5$ geeft $b = \dfrac{5}{\ln(3)} \approx 4{,}55$.
Dus $b = 4{,}55$.

69 **a** $y = 2 \cdot 3^x$ geeft $\dfrac{dy}{dx} = 2 \cdot 3^x \cdot \ln(3) = 2\ln(3) \cdot 3^x$

b $y = 50 \cdot 4^{3x-1}$ geeft $\dfrac{dy}{dx} = 50 \cdot 4^{3x-1} \cdot \ln(4) \cdot 3 = 150\ln(4) \cdot 4^{3x-1}$

c $N = 200 \cdot 1{,}5^{0{,}4t}$ geeft $\dfrac{dN}{dt} = 200 \cdot 1{,}5^{0{,}4t} \cdot \ln(1{,}5) \cdot 0{,}4 = 80\ln(1{,}5) \cdot 1{,}5^{0{,}4t}$

d $N = 600 \cdot 0{,}8^{2t+3}$ geeft $\dfrac{dN}{dt} = 600 \cdot 0{,}8^{2t+3} \cdot \ln(0{,}8) \cdot 2 = 1200\ln(0{,}8) \cdot 0{,}8^{2t+3}$

e $P = 80(1 + 1{,}3^{0{,}1q})$ geeft $\dfrac{dP}{dq} = 80 \cdot 1{,}3^{0{,}1q} \cdot \ln(1{,}3) \cdot 0{,}1 = 8\ln(1{,}3) \cdot 1{,}3^{0{,}1q}$

f $Q = 75 \cdot 2^{0{,}01p^2}$ geeft $\dfrac{dQ}{dp} = 75 \cdot 2^{0{,}01p^2} \cdot \ln(2) \cdot 0{,}02p = 1{,}5p \cdot \ln(2) \cdot 2^{0{,}01p^2}$

70 **a** $y = 80 \cdot 0{,}6^{2-x}$ geeft $\dfrac{dy}{dx} = 80 \cdot 0{,}6^{2-x} \cdot \ln(0{,}6) \cdot -1$
$= -80\ln(0{,}6) \cdot 0{,}6^{2-x}$
$= 40{,}866... \cdot 0{,}6^{2-x}$
Dus $a = 41$.

b $N = 0{,}05 \cdot 1{,}28^{3t-1}$ geeft $\dfrac{dN}{dt} = 0{,}05 \cdot 1{,}28^{3t-1} \cdot \ln(1{,}28) \cdot 3$
$= 0{,}15\ln(1{,}28) \cdot 1{,}28^{3t-1}$
$= 0{,}037... \cdot 1{,}28^{3t-1}$
Dus $a = 0{,}037$.

Bladzijde 47

71 **a** Voor $t = 0$ geldt $T = 80$.
Los op $20 + p \cdot 2^{-0{,}25 \cdot 0} = 80$.
$20 + p \cdot 2^0 = 80$
$20 + p \cdot 1 = 80$
$p = 60$

b Los op $20 + 60 \cdot 2^{-0{,}25t} = 60$.
Voer in $y_1 = 20 + 60 \cdot 2^{-0{,}25x}$ en $y_2 = 60$.
Intersect geeft $x = 2{,}33...$
Na 2 minuten en $0{,}33... \times 60 \approx 20$ seconden.

c $t = 0$ geeft $T = 80$.
$t = 4$ geeft $T = 20 + 60 \cdot 2^{-0{,}25 \cdot 4} = 20 + 60 \cdot 2^{-1} = 50$.
$\dfrac{50 - 80}{4} = -7{,}5$, dus in de eerste vier minuten koelt de koffie gemiddeld 7,5 °C per minuut af.

d $T = 20 + 60 \cdot 2^{-0{,}25t}$ geeft $\dfrac{dT}{dt} = 60 \cdot 2^{-0{,}25t} \cdot \ln(2) \cdot -0{,}25 = -15\ln(2) \cdot 2^{-0{,}25t}$
$t = 4$ geeft $\dfrac{dT}{dt} = -15\ln(2) \cdot 2^{-0{,}25 \cdot 4} = -15\ln(2) \cdot 2^{-1} \approx -5{,}2$
De snelheid waarmee de koffie vier minuten na het inschenken afkoelt is 5,2 °C per minuut.

e De snelheid waarmee de koffie afkoelt na 90 seconden is $-15\ln(2) \cdot 2^{-0{,}25 \cdot 1{,}5}$.
Los op $-15\ln(2) \cdot 2^{-0{,}25t} = \frac{1}{2} \cdot -15\ln(2) \cdot 2^{-0{,}375}$.
Voer in $y_1 = -15\ln(2) \cdot 2^{-0{,}25x}$ en $y_2 = -7{,}5\ln(2) \cdot 2^{-0{,}375}$.
Intersect geeft $x = 5{,}5$.
Dus na $5{,}5 \times 60 = 330$ seconden.

© Noordhoff Uitgevers bv

72 **a** Voer in $y_1 = \ln(x)$ en $y_2 = \frac{dy}{dx}$.

x	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	5	8
y_2	5	4	3	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{8}$

b De afgeleide van $f(x) = \ln(x)$ is $f'(x) = \frac{1}{x}$.

Bladzijde 48

73 $\frac{16{,}6}{(4t+5) \cdot \ln(10)} = \frac{\left(\frac{16{,}6}{\ln(10)}\right)}{4t+5} \approx \frac{7{,}21}{4t+5}$

Dus $a = 7{,}21$.

74 **a** $y = \ln(3x-2)$ geeft $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{3x-2} \cdot 3 = \frac{3}{3x-2}$

b $y = x^2 - 3 \cdot \ln(1{,}5x)$ geeft $\frac{dy}{dx} = 2x - 3 \cdot \frac{1}{1{,}5x} \cdot 1{,}5 = 2x - \frac{4{,}5}{1{,}5x} = 2x - \frac{3}{x}$

c $y = 5 \cdot {}^2\log(0{,}2x)$ geeft $\frac{dy}{dx} = 5 \cdot \frac{1}{0{,}2x \cdot \ln(2)} \cdot 0{,}2 = \frac{5}{x \cdot \ln(2)}$

d $N = 10t + 3 \cdot \log(5t)$ geeft $\frac{dN}{dt} = 10 + 3 \cdot \frac{1}{5t \cdot \ln(10)} \cdot 5 = 10 + \frac{3}{t \cdot \ln(10)}$

e $K = \ln(q^2 + q)$ geeft $\frac{dK}{dq} = \frac{1}{q^2+q} \cdot (2q+1) = \frac{2q+1}{q^2+q}$

f $P = 3a^2 - {}^{0,5}\log(1{,}4a)$ geeft $\frac{dP}{da} = 6a - \frac{1}{1{,}4a \cdot \ln(0{,}5)} \cdot 1{,}4 = 6a - \frac{1}{a \cdot \ln(0{,}5)}$

75 **a** $t = 12$ geeft $L = 124 + 12 \cdot 12^{0,2} + 35 \cdot \log(0{,}5 \cdot 12 - 4) = 154{,}26...$
$t = 15$ geeft $L = 124 + 12 \cdot 15^{0,2} + 35 \cdot \log(0{,}5 \cdot 15 - 4) = 163{,}66...$

De gemiddelde lengte neemt dus met $\frac{163{,}66... - 154{,}26...}{154{,}26...} \times 100\% \approx 6{,}1\%$ toe.

b Los op $124 + 12t^{0,2} + 35 \cdot \log(0{,}5t - 4) = 165$.
Voer in $y_1 = 124 + 12x^{0,2} + 35 \cdot \log(0{,}5x - 4)$ en $y_2 = 165$.
Intersect geeft $x = 15{,}56...$
De leeftijd is 15 jaar en $0{,}56... \cdot 12 \approx 7$ maanden.

c $L = 124 + 12t^{0,2} + 35 \cdot \log(0{,}5t - 4)$ geeft
$\frac{dL}{dt} = 2{,}4t^{-0,8} + 35 \cdot \frac{1}{(0{,}5t-4) \cdot \ln(10)} \cdot 0{,}5 = 2{,}4t^{-0,8} + \frac{17{,}5}{(0{,}5t-4) \cdot \ln(10)}$

$t = 11{,}25$ geeft $\frac{dL}{dt} = 2{,}4 \cdot 11{,}25^{-0,8} + \frac{17{,}5}{(0{,}5 \cdot 11{,}25 - 4) \cdot \ln(10)} \approx 5{,}0$
De snelheid waarmee de gemiddelde lengte toeneemt is ongeveer 5,0 cm per jaar.

Diagnostische toets

Bladzijde 50

1 $P = b \cdot g^t$ met $b = 30$ en $g = 0{,}9$ geeft $P = 30 \cdot 0{,}9^t$.
$P = 30 \cdot 0{,}9^{36} = 0{,}675...$ dollar per kWh
De kosten zijn $120 \cdot 0{,}675... \approx 81{,}10$ dollar.

2 **a** $g_{dag} = 1{,}36$
$g_{week} = 1{,}36^7 \approx 8{,}61$
Het groeipercentage per week is 761%.

b $g_{dag} = 1{,}36$
$g_{uur} = 1{,}36^{\frac{1}{24}} \approx 1{,}013$
Het groeipercentage per uur is 1,3%.

c $g_{10\,jaar} = 3$
$g_{maand} = 3^{\frac{1}{120}} \approx 1{,}009$
De toename is 0,9% per maand.

3 De halveringstijd is 25 minuten, dus $g_{25\,minuten} = 0{,}5$.
$g_{uur} = 0{,}5^{\frac{60}{25}} \approx 0{,}189$
De afname is 81,1% per uur.

4 Stel $N = b \cdot g^t$.
$g_{3\,dagen} = \dfrac{1200}{1500} = 0{,}8$, dus $g_{dag} = 0{,}8^{\frac{1}{3}} = 0{,}928...$
$\left.\begin{array}{l} N = b \cdot 0{,}928...^t \\ t = 4 \text{ en } N = 1500 \end{array}\right\} b \cdot 0{,}928...^4 = 1500$
$b = \dfrac{1500}{0{,}928...^4} \approx 2020$
Dus $N = 2020 \cdot 0{,}928^t$.

5 **a** De groeifactor per mm materiaal is 0,7.
$0{,}7^5 \approx 0{,}168$, dus 16,8% van het licht komt door een laag van 5 mm.
b $0{,}7^{10} \approx 0{,}028$, dus 97,2% van het licht wordt geabsorbeerd.
c Los op $0{,}7^n < 0{,}01$.
Voer in $y_1 = 0{,}7^x$ en $y_2 = 0{,}01$.
Intersect geeft $x \approx 12{,}9$.
De plaat moet dus minstens 13 mm dik zijn.

6 **a** Als t heel groot is, is $0{,}72^t \approx 0$. Dan is $92 \cdot 0{,}72^t \approx 0$ en $15 + 92 \cdot 0{,}72^t \approx 15$.
Dus dan is $N \approx \dfrac{135}{15} = 9$.
Het verzadigingsniveau is 9.
b Als t heel groot is, is $0{,}95^t \approx 0$. Dan is $3{,}5 \cdot 0{,}95^t \approx 0$ en $4{,}5 - 3{,}5 \cdot 0{,}95^t \approx 4{,}5$.
Dus dan is $N \approx 8 \cdot 4{,}5 = 36$.
Het verzadigingsniveau is 36.

Bladzijde 51

7 **a** Als t toeneemt, dan neemt $0{,}75^t$ af, dus $9 + 160 \cdot 0{,}75^t$ neemt af, dus $\dfrac{2700}{9 + 160 \cdot 0{,}75^t}$ neemt toe.
De grafiek van N is dus stijgend.
b Als t toeneemt, dan neemt $t^2 + 2$ toe, dus $\dfrac{50}{t^2 + 2}$ neemt af, dus $65 + \dfrac{50}{t^2 + 2}$ neemt af.
De grafiek van N is dus dalend.

8 **a** ${}^5\log(625) = {}^5\log(5^4) = 4$
b ${}^2\log(\frac{1}{8}) = {}^2\log(2^{-3}) = -3$
c ${}^{\frac{1}{2}}\log(\frac{1}{4}) = {}^{\frac{1}{2}}\log((\frac{1}{2})^2) = 2$

9 **a** $t = 12$ geeft $N = 10 + 0{,}5 \cdot 12 + 15 \cdot \log(12) \approx 32{,}2$
b $t = 10$ geeft $N = 10 + 0{,}5 \cdot 10 + 15 \cdot \log(10) = 30$
$t = 20$ geeft $N = 10 + 0{,}5 \cdot 20 + 15 \cdot \log(20) = 39{,}515...$
Dus N neemt met $\dfrac{39{,}515... - 30}{30} \times 100\% \approx 31{,}7\%$ toe.
c Los op $10 + 0{,}5t + 15 \cdot \log(t) = 46$.
Voer in $y_1 = 10 + 0{,}5x + 15 \cdot \log(x)$ en $y_2 = 46$.
Intersect geeft $x \approx 28{,}4$.
Dus voor $t = 28{,}4$ is $N = 46$.

10 **a** Bij $t = 7$ hoort $N = 10^{4 + \frac{1}{2}} = 10^{4\frac{1}{2}} \approx 31\,600$.
b $\log(6500) = 3{,}81...$, dus $10^{3{,}81...} = 6500$.
6500 ligt dus $0{,}81... \cdot 5 = 4{,}06...$ hokjes boven de lijn $N = 10^3$.
Aflezen uit de figuur geeft $N = 6500$ bij $t = 5$.

© Noordhoff Uitgevers bv

11 **a** $N(5t) = 86 + 18{,}6 \cdot \log(5t)$
$= 86 + 18{,}6 \cdot (\log(5) + \log(t))$
$= 86 + 18{,}6 \cdot \log(5) + 18{,}6 \cdot \log(t)$
$= 86 + 18{,}6 \cdot \log(t) + 13{,}00...$
Dus $N(5t) \approx N(t) + 13$.
Als t vervijfvoudigt, neemt N met ongeveer 13 toe.

b $N\left(\frac{1}{2}t\right) = 1010 + 25{,}55 \cdot \log\left(\left(\frac{1}{2}t\right)^{6{,}5}\right)$
$= 1010 + 25{,}55 \cdot 6{,}5 \cdot \log\left(\frac{1}{2}t\right)$
$= 1010 + 166{,}075 \cdot \left(\log\left(\frac{1}{2}\right) + \log(t)\right)$
$= 1010 + 166{,}075 \cdot \log\left(\frac{1}{2}\right) + 166{,}075 \cdot \log(t)$
$= 1010 + 166{,}075 \cdot \log(t) - 49{,}99...$
Dus $N\left(\frac{1}{2}t\right) \approx N(t) - 50$.
Als t halveert, neemt N met ongeveer 50 af.

c $N(3t) = 24 + b \cdot \log(3t)$
$= 24 + b \cdot (\log(3) + \log(t))$
$= 24 + b \cdot \log(t) + b \cdot \log(3)$
Dus $N(3t) = N(t) + b \cdot \log(3)$
$b \cdot \log(3) = 6{,}2$ geeft $b = \dfrac{6{,}2}{\log(3)} \approx 13$.
Dus $b = 13$.

12 **a** $y = 14\,\mathrm{e}^{1{,}25x}$ geeft $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 14\,\mathrm{e}^{1{,}25x} \cdot 1{,}25 = 17{,}5\,\mathrm{e}^{1{,}25x}$

b $y = 2500(1 + \mathrm{e}^{0{,}56x})$ geeft $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 2500 \cdot \mathrm{e}^{0{,}56x} \cdot 0{,}56 = 1400\,\mathrm{e}^{0{,}56x}$

c $y = 421\mathrm{e}^{3x^2 - 2}$ geeft $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 421\mathrm{e}^{3x^2 - 2} \cdot 6x = 2526x \cdot \mathrm{e}^{3x^2 - 2}$

13 **a** $y = 350 \cdot 10^{7x + 3}$ geeft $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 350 \cdot 10^{7x + 3} \cdot \ln(10) \cdot 7 = 2450\ln(10) \cdot 10^{7x + 3}$

b $y = 5{,}5(1 + 8^{1{,}44x})$ geeft $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 5{,}5 \cdot 8^{1{,}44x} \cdot \ln(8) \cdot 1{,}44 = 7{,}92\ln(8) \cdot 8^{1{,}44x}$

c $y = 6000 \cdot 2{,}3^{0{,}12x^2}$ geeft $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 6000 \cdot 2{,}3^{0{,}12x^2} \cdot \ln(2{,}3) \cdot 0{,}24x = 1440x \cdot \ln(2{,}3) \cdot 2{,}3^{0{,}12x^2}$

14 **a** $y = -0{,}6 \cdot \ln(7x^2)$ geeft $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = -0{,}6 \cdot \dfrac{1}{7x^2} \cdot 14x = \dfrac{-8{,}4x}{7x^2} = \dfrac{-1{,}2}{x}$

b $y = 4x^2 + 20 \cdot \log(x)$ geeft $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 8x + 20 \cdot \dfrac{1}{x \cdot \ln(10)} = 8x + \dfrac{20}{x \cdot \ln(10)}$

c $y = 8{,}2 \cdot {}^3\log(x + 5{,}6)$ geeft $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 8{,}2 \cdot \dfrac{1}{(x + 5{,}6) \cdot \ln(3)} = \dfrac{8{,}2}{(x + 5{,}6) \cdot \ln(3)}$

15 **a** $N = 24t + 155 \cdot \ln(0{,}6t + 1{,}3)$ geeft $\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = 24 + 155 \cdot \dfrac{1}{0{,}6t + 1{,}3} \cdot 0{,}6 = 24 + \dfrac{93}{0{,}6t + 1{,}3}$
De groeisnelheid op $t = 6$ is $\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = 24 + \dfrac{93}{0{,}6 \cdot 6 + 1{,}3} \approx 42{,}98$.

b De groeisnelheid op $t = 2$ is $\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = 24 + \dfrac{93}{0{,}6 \cdot 2 + 1{,}3} = 61{,}2$.
Los op $24 + \dfrac{93}{0{,}6t + 1{,}3} = 30{,}6$.
Voer in $y_1 = 24 + \dfrac{93}{0{,}6x + 1{,}3}$ en $y_2 = 30{,}6$.
Intersect geeft $x \approx 21{,}32$.
Dus op $t = 21{,}32$ is de groeisnelheid de helft van de groeisnelheid op $t = 2$.

© Noordhoff Uitgevers bv